

KŁADKI DLA PIESZYCH

Obciążenia dynamiczne

Część 4.

Wykonanie analiz dynamicznych kładek dla pieszych wymaga znajomości wartości obciążeń oraz metod obliczania dynamicznej odpowiedzi konstrukcji wywołanej tym obciążeniem.



dr inż. Marek Pańtak
Politechnika Krakowska
Katedra Budowy Mostów
i Tuneli

KONKURS
DLA MŁODYCH
INŻYNIERÓW

20
17
EDYCJA I



wskazówka



W przypadku kładek dla pieszych istotnymi obciążeniami dynamicznymi są siły reakcji podłoża powstające podczas różnych form aktywności użytkowników konstrukcji: chód, bieg, skoki, przysiady itp. Ważne jest także umiejętne oszacowanie wpływu tłumy na konstrukcję. Ustalenie wartości obciążeń dynamicznych projektowanej kładki dla pieszych przypada na etap 5. jej analiz dynamicznych. Kolejnym krokiem analiz jest wyznaczenie wartości amplitud drgań pomostu kładki (etap 6.). Na ostatnim etapie analizy (etap 7.) wykonywana jest ocena wyników analiz (ocena komfortu użytkownika konstrukcji) oraz, jeśli okaże się to konieczne (w przypadku przekroczenia dopuszczalnych amplitud drgań konstrukcji), podejmowane są również decyzje dotyczące wprowadzenia zmian konstrukcyjnych w projekcie. Etapy te scharakteryzowano poniżej.

Etap 5. – Określenie wartości obciążeń dynamicznych

Zasadniczym celem analiz dynamicznych kładek dla pieszych jest wyznaczenie i ocena amplitud drgań konstrukcji wywołanych przez użytkowników. Wyznaczenie tych amplitud wymaga wykonania obliczeń drgań wymuszonych konstrukcji obciążonej oddziaływaniem dynamicznym w postaci sił

reakcji podłoża powstających podczas ruchu użytkowników obiektu (chód, bieg, skoki/przysiady). Obliczenia drgań konstrukcji należy wykonać dla wszystkich przypadków projektowych ustalonych na etapie 3. analizy dynamicznej. W tym celu niezbędna jest znajomość wartości obciążeń dla różnych typów aktywności użytkowników konstrukcji: chód, bieg, skoki, przysiady itp.

Siłę reakcji podłoża powstającą podczas chodu, generowaną przez jedną stopę, wyznaczyć można, wykorzystując równanie (1):

$$F(t) = G \sum_{i=1}^5 A_i \sin\left(\frac{\pi i}{t_c} t\right), \quad 0 \leq t \leq t_c \quad (1)$$

gdzie:

G – ciężar osoby idącej ($G \approx 700-800$ N),
 t_c – czas kontaktu stopy z podłożem podczas chodu ($t_c \approx 1,32 T_w$, T_w – okres chodu $T_w = 1/f_w$, f_w – częstotliwość chodu),
 A_i – amplituda i -tej składowej harmonicznej ($i = 1-5$) (rys. 1. lub równania przedstawione w pracy [1]),
 t – krok czasowy ($t = T_w/\lambda$, $\lambda = 30-60$),
 i – numer składowej harmonicznej.

Na rys. 2. przedstawiono wykres siły reakcji podłoża powstającej podczas chodu osoby o ciężarze 830 N z częstotliwością $f_w = 2,10$ Hz, wyznaczony za pomocą równania (1) i porównany z wynikami badań (li-

nia przerywana). Wykres prezentuje siłę reakcji podłoża powstającą od nacisku jednej stopy na podłoże. Na rys. 3. przedstawiono przebieg sił reakcji podłoża przekazywanych na konstrukcję podczas naprzemniennego kontaktu z podłożem prawej i lewej stopy (np. kolor czarny – stopa prawa, kolor niebieski – stopa lewa).

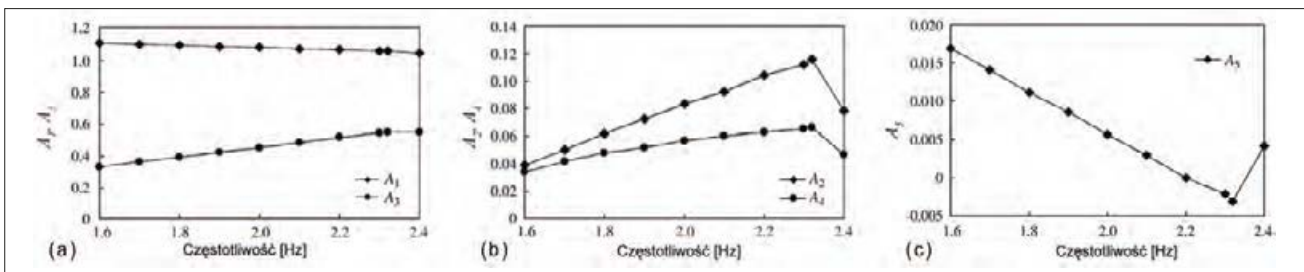
Siłę reakcji podłoża powstającą podczas biegu wyznaczyć można za pomocą równania (2):

$$F(t) = \begin{cases} A \cdot G \cdot \sin\left(\frac{\pi f_r}{k} \cdot t\right) & \text{dla } i \cdot T_r < t \leq (i+k) \cdot T_r \\ 0 & \text{dla } (i+k) \cdot T_r < t \leq (i+1) \cdot T_r \end{cases} \quad (2)$$

gdzie:

$A = \frac{\pi}{2k}$ – współczynnik wzmocnienia dynamicznego,
 $k = 0,8 \frac{t_{cr}}{T_r}$ – wskaźnik czasu kontaktu stopy z podłożem (t_{cr} – czas kontaktu stopy z podłożem dla biegu (rys. 4.),
 $T_r = 1/f_r$ – okres biegu,
 f_r – częstotliwość biegu,
 G – ciężar osoby biegnącej ($G \approx 700-800$ N),
 t – krok czasowy ($t = T_r/\lambda$, $\lambda = 30-60$),
 $i = 0, 1, 2, 3, \dots$

Na rys. 5. przedstawiono wykres siły reakcji podłoża powstającej podczas biegu osoby o ciężarze 830 N z częstotliwością $f_r = 2,75$ Hz, wyznaczony za pomocą rów-



Rys. 1. Amplitudy składowych harmonicznych dla chodu a) A1, A3, b) A2, A4, c) A5 w przedziale częstotliwości 1,60 Hz - 2,40 Hz [1]

niania (2) i porównany z wynikami badań (linia przerywana).

Charakterystyczne dla sił reakcji podłoża powstających podczas biegu są zerowe wartości sił pomiędzy kolejnymi oddziaływaniami. Oznaczają one fazę lotu, podczas której stopy nie mają kontaktu z podłożem. Podobne warunki występują podczas wykonywania skoków, gdy osoba skacząca traci kontakt z podłożem.

Siłę reakcji podłoża powstającą podczas skoków wyznaczyć można za pomocą równania (3):

$$F(t) = \begin{cases} A \cdot G \cdot \left[0,5 - 0,5 \cos \left(\frac{2\pi \cdot t}{T_j} \right) \right] & \text{dla } t \leq t_{cj} \\ 0 & \text{dla } t_{cj} < t \leq T_j \end{cases} \quad (3)$$

gdzie:

$A = \frac{2T_j}{t_{cj}}$ – współczynnik wzmocnienia dynamicznego podczas skoków,

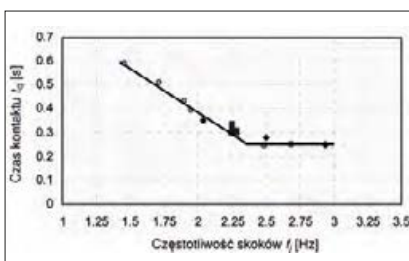
G – ciężar osoby skaczącej ($G \approx 700\text{--}800$ N), T_j – okres skoków ($T_j = 1/f_j$, f_j – częstotliwość skoków),

t_{cj} – czas kontaktu z podłożem podczas skoków (rys. 6.),

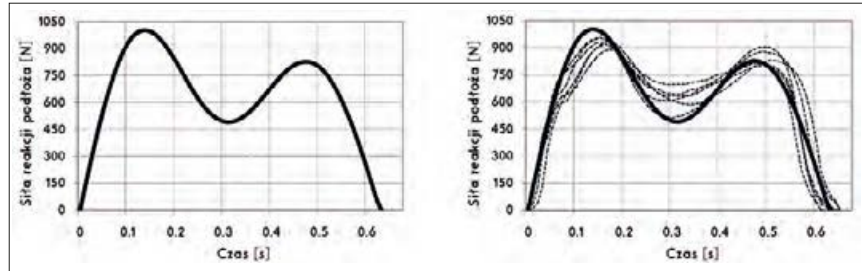
t – krok czasowy ($t = T_j/\lambda$, $\lambda = 30\text{--}60$).

Na rys. 7. przedstawiono wykres siły reakcji podłoża powstającej podczas skoków osoby o ciężarze 830 N z częstotliwością $f_j = 2,50$ Hz wyznaczony za pomocą równania (3) i porównany z wynikami badań (linia przerywana).

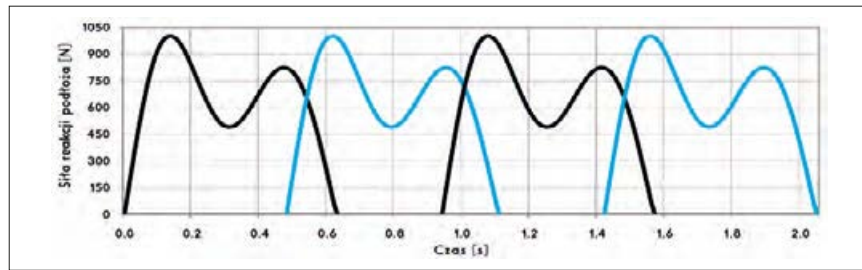
Pamiętać należy, iż oddziaływania dynamiczne w postaci skoków stanowią najczęstszą formę obciążeń wyjątkowych (celowe wzbudzenie drgań przez wandalę). Obciążenia te wywołują zwykle bardzo duże wartości amplitud drgań konstrukcji. Drgania te silnie zaburzają komfort użytkownika konstrukcji. Wzbudzenia drgań w formie skoków wystę-



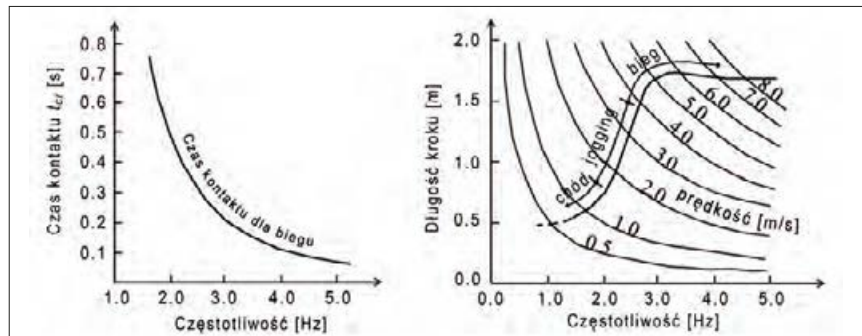
Rys. 6. Czas kontaktu stopy z podłożem podczas skoków t_{cj} [2]



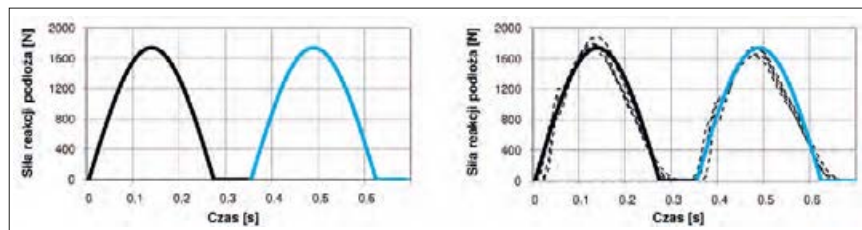
Rys. 2. Siła reakcji podłoża powstająca podczas chodu z częstotliwością $f_w = 2,10$ Hz (siła generowana przez oddziaływanie na podłożu jednej stopy)



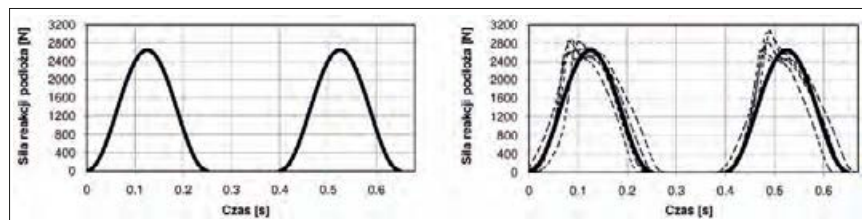
Rys. 3. Siły reakcji podłoża podczas chodu z częstotliwością $f_w = 2,10$ Hz (oddziaływanie dwóch stóp)



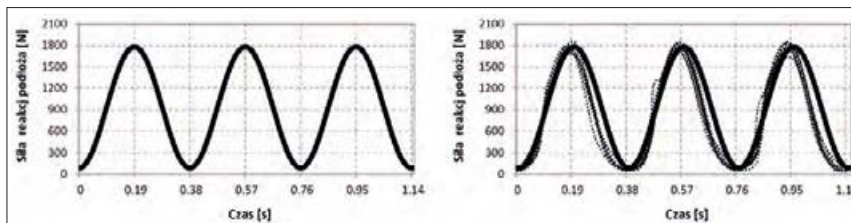
Rys. 4. Czas kontaktu stopy z podłożem podczas biegu t_{cr} oraz długości kroków dla różnych prędkości chodu i biegu (jogging – bieg w wolnym tempie)



Rys. 5. Siły reakcji podłoża powstające podczas biegu z częstotliwością $f_r = 2,75$ Hz (oddziaływanie dwóch stóp)



Rys. 7. Siły reakcji podłoża powstające podczas skoków z częstotliwością $f_j = 2,50$ Hz (dwa podskoki)



Rys. 8. Siły reakcji podłoża powstające podczas przysiadów o częstotliwości $f_{sq} = 2,63$ Hz (trzy przysiadu)

piją jednak rzadko i z tego powodu na etapie oceny komfortu użytkownika konstrukcji wyznaczone amplitudy drgań odnieść należy do kryteriów obowiązujących dla drgań występujących rzadko. W tym przypadku amplitudy drgań konstrukcji wymagają ograniczenia częściej z uwagi na bezpieczeństwo jej użytkownika niż komfort użytkownika (bezpieczeństwo użytkownika rozumiane jako nośność konstrukcji, ograniczenie powstawania uszkodzeń zmęczeniowych elementów nośnych i elementów wyposażenia, ochrona użytkowników przed kontuzjami kończyn dolnych). Konstrukcje wykazujące duże amplitudy drgań wywoływane skokami są najczęściej podatne również na wzbudzenia w formie chodu lub biegu. Występowanie nadmiernych drgań konstrukcji przy działaniu obciążeń od chodu (stanowiących podstawowe i często występujące dynamiczne obciążenia eksploatacyjne kładek dla pieszych) wymagają wprowadzenia modyfikacji parametrów dynamicznych konstrukcji. Modyfikacje te na ogół korzystnie wpływają również na zmniejszenie podatności konstrukcji na wzbudzenia w postaci skoków. Uwagi te dotyczą również konstrukcji narażonych na działanie obciążeń dynamicznych w formie przysiadów.

W przypadku przysiadów o częstotliwości $f_{sq} > 1,60$ Hz siłę reakcji podłoża można wyznaczyć, wykorzystując równanie (4):

$$F(t) = G \cdot \left[1,1 + \sin\left(2\pi \cdot f_{sq} \cdot t\right) \right] \quad (4)$$

gdzie:

G – ciężar ciała osoby wykonującej przysiadu ($G \approx 700\text{--}800$ N),

f_{sq} – częstotliwość przysiadów [Hz],

t – krok czasowy ($t = T_{sq}/\lambda$, $\lambda = 30\text{--}60$, T_{sq} – okres skoków $T_{sq} = 1/f_{sq}$).

Na rys. 8. przedstawiono wykres siły reakcji podłoża powstającej podczas przysiadów wykonywanych przez osobę o ciężarze 850 N z częstotliwością $f_{sq} = 2,63$ Hz, wyznaczony za pomocą równania (4) i porównany z wynikami badań (linia przerywana).

Na rys. 8. zauważyć można, że siła reakcji podłoża powstająca podczas przysiadów, w odróżnieniu od siły powstającej podczas skoków, nie osiąga wartości zerowej. Stopy zachowują ciągle kontakt z podłożem. Przy jednostajnym i cyklicznym ruchu środka

ciężkości ciała w dół oraz w górę (podobnym do ruchy masy zawieszanej na sprężynie) siła reakcji podłoża ma przebieg sinusoidalny.

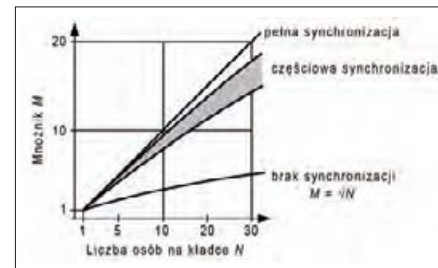
Modelowanie przysiadów wykonywanych w wolnym tempie (z częstotliwością $f_{sq} \leq 1,60$ Hz) wymaga zastosowania odmiennego modelu matematycznego. Szersze informacje na temat modelowania obciążeń w postaci przysiadów czytelnik odnaleźć może w pracach [3] i [4].

Etap 6. – Wyznaczenie amplitud drgań konstrukcji

Wykonując analizy dynamiczne kładki, powyższe obciążenia dynamiczne (siły reakcji podłoża od chodu, biegu oraz skoków lub przysiadów) przyłożyć należy do modelu obliczeniowego konstrukcji (np. modelu MES) w postaci zmiennych w czasie sił skupionych. Modelowanie obciążeń w postaci chodu i biegu realizowane jest przez przyłożenie do konstrukcji sił zmiennych w czasie i przemieszczających się po pomoście ze stałą prędkością. Modelowanie obciążeń w postaci skoków lub przysiadów wymaga przyłożenia do konstrukcji nieruchomych (nieprzemieszczających się) sił skupionych, przyłożonych w miejscu maksymalnej rzędnej postaci drgań. Tak przyłożonym do konstrukcji obciążeniom przypisuje się odpowiednie przebiegi czasowe, wynikające z ich modeli matematycznych określonych równaniami (1), (2), (3), (4).

Obciążony model obliczeniowy poddaje się analizom dynamicznym, korzystając z numerycznych metod rozwiązywania dynamicznego równania ruchu. Jedną z metod dostępnych w programach inżynierskich jest np. metoda całkowania równań ruchu (ang. *Direct Integration*). Jest to metoda czasochłonna, szczególnie przy złożonych modelach obliczeniowych konstrukcji zawierających dużą liczbę elementów skończonych, jednak jej wykorzystanie pozwala osiągnąć dobre oszacowanie wartości amplitud drgań konstrukcji (pod warunkiem wprowadzenia porównanych danych wejściowych).

Za podstawowy typ obciążenia dynamicznego kładek uznać należy siły generowane podczas chodu. W analizach drgań wymuszonych przez osoby idące modeluje się najczęściej przejście jednej osoby, choć możliwe, lecz bardzo czasochłonne i żmudne, jest zamodelowanie potoku pieszych. Wyniki uzyskane dla przypadku przejścia



Rys. 9. Współczynnik zwiększający efekty dynamiczne pojedynczych użytkowników kładki [5]

przez kładkę jednej osoby wykorzystywane są do oszacowania amplitud drgań wywołanych przez większe grupy lub tłum.

Analizy dynamiczne wpływu grup pieszych i tłumów wykonać można metodami o różnym stopniu zaawansowania (skomplikowania). W najprostszymi metodach w celu oszacowania wartości amplitud drgań wywołanych przez grupy pieszych i tłum o różnej gęstości wykorzystywana jest wartość amplitudy drgań (przyspieszenia drgań) wywołana przez jedną osobę idącą. W analizach tych istotne jest rozróżnienie stopnia wzajemnej synchronizacji pieszych w grupie lub tłumie. Wraz ze wzrostem liczebności grupy stopień wzajemnej synchronizacji pieszych w grupie maleje.

W analizach dotyczących przypadku pełnej synchronizacji członków grupy między sobą bezpiecznie można przyjąć, że amplituda drgań konstrukcji wywołana przez grupę użytkowników w pełni zsynchronizowanych ($a_{gr,s}$) będzie iloczynem liczebności grupy (N) i amplitudy drgań wywołanej przez jedną osobę idącą (a_1): $a_{gr,s} = a_1 \cdot N$. W przypadku braku synchronizacji pieszych w grupie lub tłumie między sobą amplituda drgań konstrukcji ($a_{gr,ns}$) będzie równa $a_{gr,ns} = a_1 \cdot \sqrt{N}$. W przypadku częściowej synchronizacji osób w grupie lub w tłumie między sobą amplitudę drgań konstrukcji można ustalić, wykorzystując mnożnik amplitudy drgań (M) przedstawiony na rys. 9. [5] $a_{gr,cs} = a_1 \cdot M$.

Bardziej zaawansowane modele oddziaływań tłumów, trudne do przytoczenia w niniejszym artykule z racji ich obszerności, czytelnik znajdzie w pracach [6] i [7]. Ich wykorzystanie wymaga zastosowania obciążeń równomiernie rozłożonych na całej powierzchni kładki o zwrotach tych obciążeń dostosowanych do kształtu analizowanej postaci drgań. W metodach tych stosuje się obciążenia skierowane ku dołowi i ku górze, działające odpowiednio na obszarach pomostu przemieszczających się ku dołowi lub ku górze. Obszary te ustala się, uwzględniając formę analizowanej postaci drgań. Tak przyłożonemu obciążeniu przypisuje się odpowiednią zmienność w czasie według zdefiniowanej w pracach [6, 7] funkcji obciążenia.

W zależności od miejsca lokalizacji kładki jej istotnym obciążeniem dynamicznym mogą być również oddziaływania w postaci biegu. Obciążenia te należy uwzględnić w anali-

zach w przypadkach podwyższonego ryzyka wystąpienia na konstrukcji osób biegnących np. na konstrukcjach zlokalizowanych w obszarach rekreacyjno-wypoczynkowych (parki, aleje i bulwary spacerowo-rekreacyjne), w sąsiedztwie dworców kolejowych, dworców autobusowych, przystanków komunikacji miejskiej itp. Najczęściej w analizie uwzględnia się jedną lub dwie osoby biegnące. Z racji małej liczby osób biegnących obciążenie to przyłożyć można bez większych trudności do modelu obliczeniowego, uwzględniając różne przypadki synchronizacji osób biegnących między sobą. W szczególnych przypadkach uzasadniona może być analiza wpływu liczniejszej grupy osób biegnących na konstrukcję (organizacja maratonów/półmaratonów itp. wydarzeń sportowych).

Etap 7. – Ocena amplitud drgań i komfortu użytkownika konstrukcji

Ostatni etap analizy dynamicznej wymaga wykonania oceny komfortu użytkownika konstrukcji. Ocenę tę wykonuje się poprzez porównanie wyznaczonych maksymalnych przyspieszeń drgań pomostu kładki z dopuszczalnymi wartościami tych przyspieszeń przyjętymi na etapie 3. Komfort użytkownika konstrukcji uznać można za zapewniony, jeśli spełniony zostanie warunek $a_{max} \leq a_{dop}$.

Szczególną uwagę na ocenę komfortu użytkownika konstrukcji zwrócić należy w przypadku występowania poziomych drgań pomostu w kierunku poprzecznym do kierunku ruchu pieszych. W konstrukcjach takich starannej analizie i właściwej oceny wymaga możliwość wystąpienia efektu „lock-in” w sytuacji obciążenia konstrukcji tłumem pieszych. Wskazówki dotyczące oceny możliwości wystąpienia efektu „lock-in” przedstawiono m.in. w pracach [6, 8]. W przypadku stwierdzenia podwyższonego ryzyka powstania efektu „lock-in”, w celu jego uniknięcia, ograniczenia wymagają amplitudy drgań konstrukcji. Stosowne zalecenia przedstawione są w pracy [6] w rozdziale 4.2.2.

W przypadku gdy $a_{max} \leq a_{dop}$ (kryteria komfortu użytkownika konstrukcji są spełnione), konstrukcja nie wymaga modyfikacji. Stosowny wniosek stwierdzający zapewnienie właściwego komfortu użytkownika konstrukcji kończy analizy dynamiczne.

W sytuacji gdy przyspieszenia drgań pomostu przekraczają wartości dopuszczalne $a_{max} > a_{dop}$, konieczne jest wprowadzenie zmian w projekcie prowadzących do zmiany parametrów dynamicznych konstrukcji, zmiany masy, sztywności i/lub tłumienia konstrukcji.

Modyfikacje masy lub sztywności konstrukcji prowadzą do zmiany jej częstotliwości drgań własnych, przyczyniając się do obniżenia prawdopodobieństwa wzbudzenia drgań rezonansowych. Decydując się



na zmianę masy lub sztywności konstrukcji, pamiętać należy o podstawowej zależności wpływu tych parametrów na częstotliwość drgań własnych konstrukcji:

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (5)$$

gdzie:

K – sztywność układu wyrażona w [N/m],

M – masa układu w [kg].

Analizując zależność (5) zauważyć można, iż zwiększenie sztywności układu lub zmniejszenie jego masy prowadzi do zwiększenia częstotliwości drgań własnych układu. Zwiększenie masy układu z zachowaniem niezmienną sztywności prowadzi natomiast do obniżenia jego częstotliwości drgań własnych. Warto zauważyć, iż w przypadku modyfikacji sztywności układu konstrukcyjnego poprzez zwiększenie wymiarów przekrojów elementów konstrukcyjnych zwiększeniu ulegnie również masa układu. W tej sytuacji zmiana częstotliwości drgań własnych układu może nie być zadawalająca i wystarczająca do uniknięcia drgań rezonansowych. Podczas oceny skuteczności modyfikacji częstotliwości drgań własnych konstrukcji pamiętać należy o różnych typach dynamicznych oddziaływań użytkowników (chód, bieg, skoki, przysiady) i wynikającym z tego szerokim przedziale częstotliwości narażonym na wzbudzenia o charakterze rezonansowym.

Stosowane w praktyce inżynierskiej metody modyfikacji sztywności i/lub masy konstrukcji, poza zmianą wymiarów przekrojów i zmianą rozpiętości przęsła, polegają m.in. na:

- wprowadzaniu dodatkowych elementów konstrukcyjnych;
- stosowaniu kabli sprężających o odpowiedniej krzywiźnie (kable w łuku pionowym lub poziomym);
- zintegrowaniu konstrukcji z żelbetowymi przyczółkami;
- stosowaniu dodatkowych płyt lub belek betonowych umieszczonych pod pomostem i przymocowanych do elementów konstrukcyjnych modyfikujących masę konstrukcji itp.

Decydując się na modyfikację sztywności i/lub masy konstrukcji, należy liczyć się z niemożnością osiągnięcia pożądanego efektu zmiany częstotliwości drgań własnych konstrukcji. W takiej sytuacji należy zmodyfikować wartość tłumienia układu poprzez montaż tłumików drgań. Jak już wcześniej wspomniano, zwiększenie tłumienia drgań kon-

strukcji prowadzi do redukcji amplitud jej drgań. W celu zwiększenia tłumienia drgań kładek dla pieszych często stosowane są strojone masowe tłumiki drgań, określane także terminem „mechaniczne tłumiki drgań” (ang. *Tuned Mass Dampers TMD*).

Uwagi końcowe

W niniejszym krótkim cyklu artykułów omówiono wybrane aspekty projektowania kładek dla pieszych. Dużo uwagi poświęcono przy tym zagadnieniu analiz dynamicznych kładek dla pieszych narażonych na dynamiczne oddziaływanie użytkowników. Starano się uświadomić czytelnikowi, jak istotnym i złożonym etapem projektowym jest wykonywanie analiz dynamicznych konstrukcji. Etap ten, łącznie z analizami statycznymi-wytrzymałościowymi, pozwala ocenić poprawność przyjętych rozwiązań konstrukcyjnych oraz sprawdzić funkcjonowanie konstrukcji podczas jej eksploatacji.

Często brak wiedzy o metodyce wykonywania analiz dynamicznych konstrukcji inżynierskich prowadzi do bagatelizowania znaczenia tych analiz. Przedstawiając metodykę wykonywania analiz dynamicznych kładek dla pieszych, w niniejszym krótkim cyklu artykułów starano się zapoznać czytelnika ze złożoną tematyką tych analiz w celu ich popularyzacji i upowszechnienia. ■

BIBLIOGRAFIA

- [1] Li Q., Fan J. et al.: Crowd-induced random vibration of footbridge and vibration control using multiple tuned mass dampers, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 329, 2010.
- [2] Caetano E., Cunha A., Moutinho C.: Vandal loads and induced vibrations on a footbridge, *Journal of Bridge Engineering*, Vol. 16, Iss. 3, 2011.
- [3] Żółtowski K.: Pieszy na kładkach: obciążenia i odpowiedź konstrukcji, Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Monografia 82, 2007.
- [4] Pańtak M.: Modele obciążeń dynamicznych w formie przysiadów na kładkach dla pieszych, *Czasopismo Inżynierii Łądowej, Środowiska i Architektury (JCEE)*, t. XXXIV, z. 64, nr 3/1/17, Politechnika Rzeszowska, Rzeszów, lipiec-wrzesień 2017 (on-line: <http://oficyna.prz.edu.pl/zeszyty-naukowe>).
- [5] Bachmann H.: “Lively” Footbridges – a real challenge. Proc. of the 1st International Conference on Design and Dynamic Behavior of Footbridges – Footbridge 2002, OTUA, Paris 2002.
- [6] SETRA: Footbridges – Assessment of vibrational behavior of footbridges under pedestrian loading. Service d'études techniques des routes et autoroutes - SETRA, Paris 2006.
- [7] NA-BS-EN 1991-2:2003: UK National Annex to Eurocode 1. Actions on structures. Part 2: Traffic loads on bridges, BSI, 2008.
- [8] Dallard P., Fitzpatrick A.J. i inni: The London Millennium Footbridge, *The Structural Engineer*, Vol. 79, Iss. 22, 2001.